

$$5. (\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$$

p	$\neg p$	$\neg p \Rightarrow p$	$(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$
0	1	0	0
1	0	1	1

T

$$6. \neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

p	q	$\neg p$	$p \Rightarrow q$	$\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
0	0	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	1	0	1	1

T

Exercice 4

distribuer

signifie transformer par exemple une implication en une forme équivalente, notamment en utilisant des équivalences logiques.

$$1. p \Rightarrow (q \wedge r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

$$2. p \Rightarrow (q \vee r) \Leftrightarrow \neg p \vee (q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \vee (\neg p \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$$

$$3. (p \wedge q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \vee (\neg q \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r)$$

$$4. (p \vee q) \Rightarrow r \Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

Exercice 5

1.

a	b	c	$a \oplus b$	$(a \oplus b) \oplus c$	$b \oplus c$	$a \oplus (b \oplus c)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1

Nous avons

$$(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$$

donc \oplus est bien associative.

$\text{mod } 2$ = signifie "modulo 2", opération qui donne le reste de la division entière par 2.

$$2. ((a + b) \text{ mod } 2 + c) \text{ mod } 2 \quad (a \oplus b) \oplus c$$

$$= (a + b + c) \text{ mod } 2$$

de même:

$$(a \oplus (b + c \text{ mod } 2)) \text{ mod } 2 \quad a \oplus (b \oplus c)$$

$$= (a + b + c) \text{ mod } 2$$

3. L'ordre des parenthèses n'a pas d'importance.

$a \oplus b \oplus c = 1$, si le nombre de 1 est impair
Sinon, $a \oplus b \oplus c = 0$.