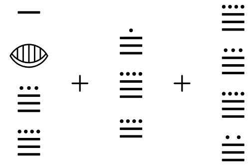
**Exercice 1** Poser et effectuer les additions shadok ⊿_⌟ + ⊿_○⊿ + ⌟⌟_⊿ et maya 

Faire passer les épreuves par $b-1$, $b+1$, $b^2-1$ à chacune.

**Exercice 2** Donner les tables d'addition et de multiplication de la base 7. Poser et effectuer $(356)_7 \times (122)_7$. De même avec $(25433)_7 + (5356)_7$ ou $(23544)_7 \times (5666)_7$.
Faire passer les épreuves par $b-1$, $b+1$, $b^2-1$ à chacune des opérations.

| + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 6 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 8 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 9 | 9 | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| A | A | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| B | B | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A |
| C | C | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B |
| D | D | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B | 1C |
| E | E | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B | 1C | 1D |
| F | F | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 1A | 1B | 1C | 1D | 1E |

| × | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | A | C | E | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 1A | 1C | 1E |
| 3 | 0 | 3 | 6 | 9 | C | F | 12 | 15 | 18 | 1B | 1E | 21 | 24 | 27 | 2A | 2D |
| 4 | 0 | 4 | 8 | C | 10 | 14 | 18 | 1C | 20 | 24 | 28 | 2C | 30 | 34 | 38 | 3C |
| 5 | 0 | 5 | A | F | 14 | 19 | 1E | 23 | 28 | 2D | 32 | 37 | 3C | 41 | 46 | 4B |
| 6 | 0 | 6 | C | 12 | 18 | 1E | 24 | 2A | 30 | 36 | 3C | 42 | 48 | 4E | 54 | 5A |
| 7 | 0 | 7 | E | 15 | 1C | 23 | 2A | 31 | 38 | 3F | 46 | 4D | 54 | 5B | 62 | 69 |
| 8 | 0 | 8 | 10 | 18 | 20 | 28 | 30 | 38 | 40 | 48 | 50 | 58 | 60 | 68 | 70 | 78 |
| 9 | 0 | 9 | 12 | 1B | 24 | 2D | 36 | 3F | 48 | 51 | 5A | 63 | 6C | 75 | 7E | 87 |
| A | 0 | A | 14 | 1E | 28 | 32 | 3C | 46 | 50 | 5A | 64 | 6E | 78 | 82 | 8C | 96 |
| B | 0 | B | 16 | 21 | 2C | 37 | 42 | 4D | 58 | 63 | 6E | 79 | 84 | 8F | 9A | A5 |
| C | 0 | C | 18 | 24 | 30 | 3C | 48 | 54 | 60 | 6C | 78 | 84 | 90 | 9C | A8 | B4 |
| D | 0 | D | 1A | 27 | 34 | 41 | 4E | 5B | 68 | 75 | 82 | 8F | 9C | A9 | B6 | C3 |
| E | 0 | E | 1C | 2A | 38 | 46 | 54 | 62 | 70 | 7E | 8C | 9A | A8 | B6 | C4 | D2 |
| F | 0 | F | 1E | 2D | 3C | 4B | 5A | 69 | 78 | 87 | 96 | A5 | B4 | C3 | D2 | E1 |

**Exercice 3** Poser et effectuer les opérations suivantes :

- $(\texttt{AF8FE})_{16} + (\texttt{56A8})_{16}$.
- $(\texttt{83CF3})_{16} + (\texttt{DBF89})_{16}$.
- $(\texttt{83C43})_{16} \times (\texttt{DAD89})_{16}$.

Faire passer les épreuves par $b-1$, $b+1$, $b^2-1$ à chacune.

**Exercice 4** On s'intéresse à quelques critères de divisibilité…

1. En cours, des critères de divisibilité par 7 ont été construits pour tout entier écrit en base 10 : $(a_n \cdots a_0)_{10}$ est divisible par 7 si et seulement si $(a_n \cdots a_1)_{10} + 5\,a_0$ l'est (si et seulement si $(a_n \cdots a_1)_{10} - 2\,a_0$ l'est). Utiliser ces critères pour décider si $(223765675767)_{10}$ est divisible par 7 ? Et $(170275)_{10}$ ?
2. En reprenant ce même principe, proposer un critère de divisibilité par 13 pour tout entier écrit en base 10 ? L'appliquer à $(5316123)_{10}$.
3. Changement de base... Proposer un critère de divisibilité par 3 pour les entiers écrits en binaire, puis des critères de divisibilité par 5 et par 7. Les tester.
4. Changements de base encore. L'entier $(32)_4$ est-il pair ? Et $(32)_7$ ? Trouver un critère de divisibilité par 2 pour un entier écrit en une base paire et un critère pour une base impaire.

**Exercice 5**

1. Écrire les nombres $(5,5)_{10}$, $(19,75)_{10}$, $(11,375)_{10}$, $(0,1875)_{10}$, $(0,3)_{10}$, et $(123,45)_{10}$ en base 2.
2. Écrire les nombres $(11,01)_2$, $(1,111001)_2$, et $(11,1010101)_2$ en base 10.
3. Donner un nombre qui dispose d'une représentation finie en base 3 mais pas en base 10.
4. Écrire les nombres $(13,\overline{3})_{10}$, $(2,1\overline{6})_{10}$, $(-67,8\overline{9})_{10}$ et $(16,6\overline{4})_{10}$ en base 2.
5. Écrire les nombres $(100,00\overline{1})_2$, $(1001,10\overline{01})_2$, et $(101,10\overline{1001})_2$ en base 10.

**Exercice 6** Le complément d'un nombre $b$-adique $x$ est un nombre $b$-adique $y$ vérifiant $x+y=0$ (on s'interdit alors d'utiliser le symbole unaire $-$).

1. Donner le complément de $(1101)_2$ ? Celui de $(1101)_3$ ? Celui de $(1101)_5$ ?

La notation $\overline{w}$ désigne la répétition infinie $www\cdots$ quand elle apparaît à droite d'une virgule (comme dans l'exercice **5**) et la répétition infinie $\cdots www$ quand elle apparaît dans la partie entière d'un nombre $b$-adique.

2. Donner le complément de $(\overline{001}1)_2$ ? Celui de $(\overline{001}1)_3$ ? Celui de $(\overline{001}1)_5$ ?
3. De la même façon que $(\overline{1})_{10}$ est une représentation 10-adique de $(-\frac{1}{9})_{10}$ (vue en amphi), calculer la fraction décimale représentée par $(\overline{001}1)_2$.

**Exercice 7** Résoudre le puzzle dans la **base six**.

$$\begin{array}{ccccc} & & & U & N \\ + & & & U & N \\ + & N & E & U & F \\ \hline & O & N & Z & E \end{array}$$

**Exercice 8** Résoudre le puzzle dans la **base sept**.

$$\begin{array}{ccccc} & & P & O & W \\ + & B & L & O & P \\ \hline & W & I & Z & Z \end{array}$$

**Exercice 9** On note $\check{\mathbf{4}}$ le système de numération d'Avižienis en base 4 avec les chiffres $\{\check{3},\check{2},\check{1},0,1,2,3\}$ (pour une meilleure lisibilité, on choisit ici de représenter un chiffre négatif en le surmontant d'un hatchek—ou háček—plutôt qu'un utilisant le symbole $-$ en préfixe).

1. Examiner comment adapter les méthodes de conversion (divisions, Horner) à ce type de système.
2. Convertir les entiers $(3210)_4$, $-(3102)_4$, et $-(123)_{10}$ vers le système $\check{\mathbf{4}}$.
3. Convertir les entiers $(3\check{2}20)_{\check{4}}$ et $(\check{1}2\check{3})_{\check{4}}$ vers les systèmes shadok et décimal.

   Poser et effectuer l'addition de ces deux entiers dans le système $\check{\mathbf{4}}$. Convertir le résultat en décimal.