



Exercice 0 Chacune des cinq affirmations suivantes est soit vraie, soit fausse :

Aamogar : "Trois consonnes et deux voyelles constituent Jhura"

Beonop : "Double de celle de Kerrka est la surface de Ptaryk."

Cincolen : "Vrai dit soit Daenra soit Beonop".

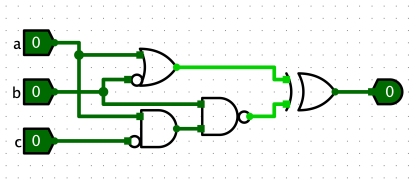
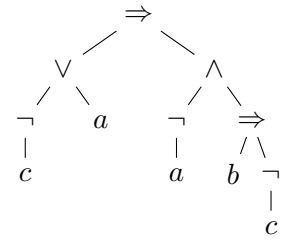
Daenra : "Fausse est la phrase prononcée par Beonop".

Egweten : "Seule une des quatre affirmations précédentes est vraie".

Déterminer le nombre total d'affirmations vraies.

Exercice 1 La formule λ est donnée par son arbre syntaxique ci-contre.

1. Construire une table de vérité pour λ .
2. En déduire une formule λ' courte équivalente à λ .



Exercice 2 Construire un arbre syntaxique pour la fonction μ calculée par le circuit ci-contre. Calculer sa table de vérité.

Exercice 3 Montrer que chacune des formules suivantes est une tautologie :

1. $p \Rightarrow p$
2. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
3. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$
4. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (((p \Rightarrow r) \Rightarrow q) \Rightarrow q)$
5. $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$
6. $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

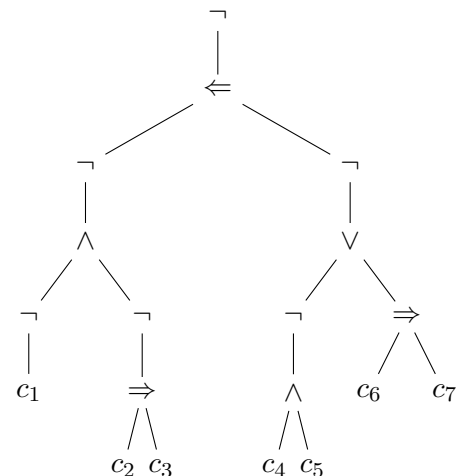
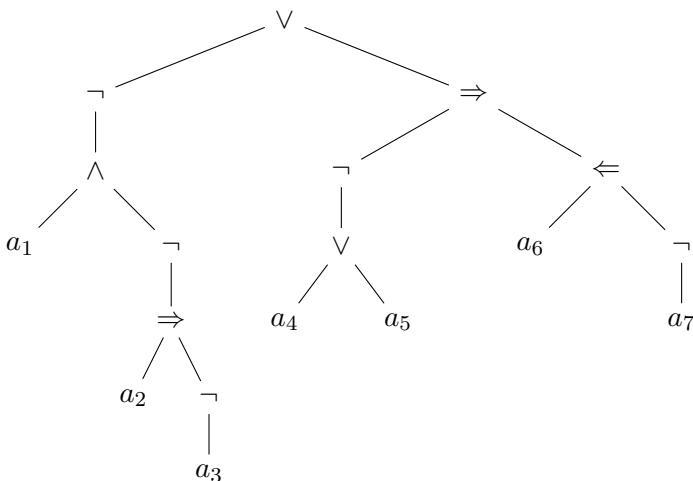
Exercice 4 Déterminer comment *distribuer* l'implication dans les formules suivantes :

1. $p \Rightarrow (q \wedge r)$
2. $p \Rightarrow (q \vee r)$
3. $(p \wedge q) \Rightarrow r$
4. $(p \vee q) \Rightarrow r$

Exercice 5 On rappelle que \oplus désigne le « ou exclusif ».

1. En utilisant une table de vérité, montrer que l'opérateur \oplus est associatif.
2. Proposer éventuellement un argument arithmétique.
3. Dédurre de 1. et/ou de 2. une interprétation de la formule $a \oplus b \oplus c$.

Exercice 6 Décrire la table de vérité des formules données par les arbres spécifiques suivants.



Exercice 7 Dans un monde imaginé par Raymond Smullyan, les habitants savent strictement tout de tout le monde et sont de deux types : les *purs* qui disent toujours la vérité, et les *pires* qui disent systématiquement l'inverse de la vérité. Pour chaque scénario (A dit « ... », puis B dit « ... », etc), déterminer le maximum d'information sur le type des intervenants A, B, C, et D.

1

- A : « B est pire. »
- B : « A est pire. »

2

- A : « B est pur. »
- B : « Nous sommes de types différents. »

3

- A : « B est pire. »
- B : « C est pire. »
- C : « A et moi sommes du même type. »

4

- A : « Exactement un de nous trois est pur. »
- B : « C est pire. »
- C : « A a dit la vérité. »

5

- A : « Si je suis pur, alors B est pur. »
- B : « A est pire. »

6

- A : « B est pire. »
- B : « A est pire. »
- C : « B a menti tout à l'heure. »

7

- A : « Si B est pire, alors je suis pur. »
- B : « Si je suis pur, alors A est pire. »

8

- A : « Exactement un parmi B et C est pire. »
- B : « C est pire. »
- C : « A a dit la vérité. »

9

- A : « B est pur si et seulement si C est pire. »
- B : « A est pire. »
- C : « Si je suis pur, alors A est pur. »

10

- A : « B et moi sommes de types différents. »
- B : « C est pur. »
- C : « A est pur si et seulement si je suis pire. »

11

- A : « Si B est pur, alors C est pur. »
- B : « Si C est pire, alors je suis pire. »
- C : « A est pire. »

12

- A : « Si je suis pur, alors B est pire. »
- B : « Si je suis pire, alors A est pur. »

13

- A : « Si je suis pur, alors B est pur. »
- B : « C est pire. »
- C : « A est pur. »

14

- A : « Si B est pur, alors je suis pire. »
- B : « C est pire. »
- C : « A n'a pas dit la vérité. »

15

- A : « Si je suis pur, alors B est pur. »
- B : « Si je suis pur, alors C est pur. »
- C : « A est pire. »

16

- A : « B est pire. »
- B : « A est pire. »
- C : « B a menti. »
- A : « Exactement un parmi B et C est pire. »
- B : « C est pire. »
- C : « A a dit la vérité précédemment. »
- A : « B et moi sommes de types différents. »