

Exercice 0 Chacune des cinq affirmations suivantes est soit vraie, soit fausse :

Aamogar : "Trois consonnes et deux voyelles constituent Jhura"

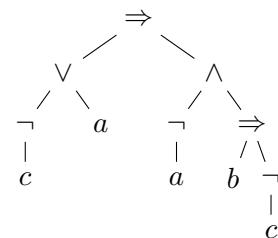
Beonop : "Double de celle de Kerrka est la surface de Ptaryk."

Cincolen : "Vrai dit soit Daenra soit Beonop".

Daenra : "Fausse est la phrase prononcée par Beonop".

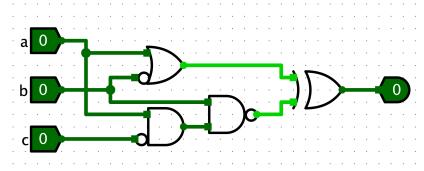
Egweten : "Seule une des quatre affirmations précédentes est vraie".

Déterminer le nombre total d'affirmations vraies.



Exercice 1 La formule λ est donnée par son arbre syntaxique ci-contre.

1. Construire une table de vérité pour λ .
 2. En déduire une formule λ' courte équivalente à λ .



Exercice 2 Construire un arbre syntaxique pour la fonction μ calculée par le circuit ci-contre. Calculer sa table de vérité.

Exercice 3 Montrer que chacune des formules suivantes est une tautologie :

- | | | |
|--------------------------------------|--|---|
| 1. $p \Rightarrow p$ | 3. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$ | 5. $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$ |
| 2. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ | 4. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (((p \Rightarrow r) \Rightarrow q) \Rightarrow q)$ | 6. $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ |

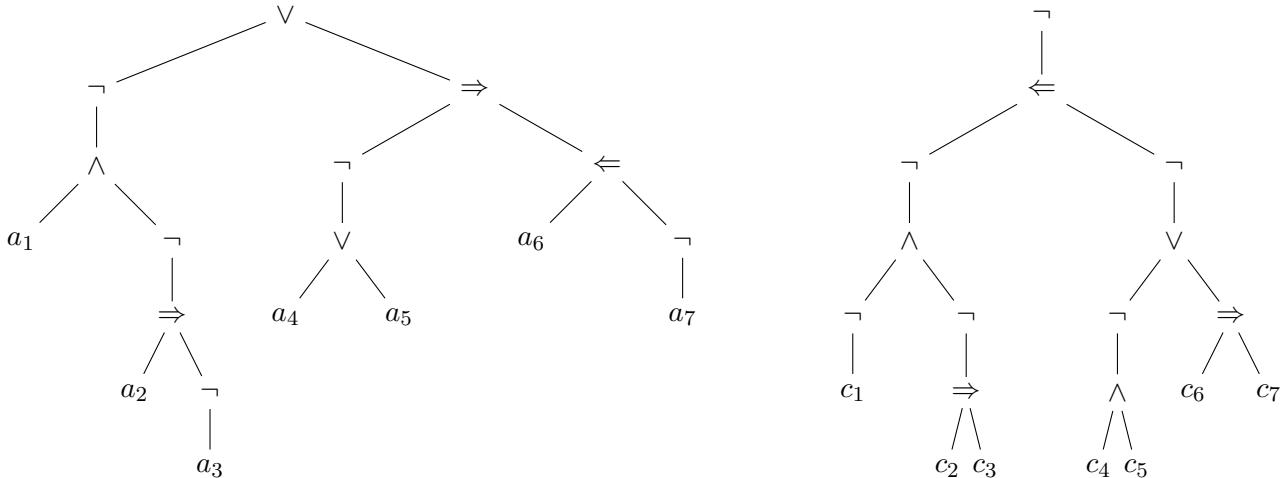
Exercice 4 Déterminer comment *distribuer* l'implication dans les formules suivantes :

1. $p \Rightarrow (q \wedge r)$
 2. $p \Rightarrow (q \vee r)$
 3. $(p \wedge q) \Rightarrow r$
 4. $(p \vee q) \Rightarrow r$

Exercice 5 On rappelle que \oplus désigne le « ou exclusif ».

1. En utilisant une table de vérité, montrer que l'opérateur \oplus est associatif.
 2. Proposer éventuellement un argument arithmétique.
 3. Déduire de 1. et/ou de 2. une interprétation de la formule $a \oplus b \oplus c$.

Exercice 6 Décrire la table de vérité des formules données par les arbres spécifiques suivants.



Exercice 7 Dans un monde imaginé par Raymond Smullyan, les habitants savent strictement tout de tout le monde et sont de deux types : les *purs* qui disent toujours la vérité, et les *pires* qui disent systématiquement l'inverse de la vérité. Pour chaque scénario (A dit « ... », puis B dit « ... », etc), déterminer le maximum d'information sur le type des intervenants A, B, C, et D.

- 1 – A : « B est pire. »
– B : « A est pire. »

- 10 – A : « B et moi sommes de types différents. »
– B : « C est pur. »
– C : « A est pur si et seulement si je suis pire. »

- 2 – A : « B est pur. »
– B : « Nous sommes de types différents. »

- 11 – A : « Si B est pur, alors C est pur. »
– B : « Si C est pire, alors je suis pire. »
– C : « A est pire. »

- 3 – A : « B est pire. »
– B : « C est pire. »
– C : « A et moi sommes du même type. »

- 12 – A : « Si je suis pur, alors B est pire. »
– B : « Si je suis pire, alors A est pur. »

- 4 – A : « Exactement un de nous trois est pur. »
– B : « C est pire. »
– C : « A a dit la vérité. »

- 13 – A : « Si je suis pur, alors B est pur. »
– B : « C est pire. »
– C : « A est pur. »

- 5 – A : « Si je suis pur, alors B est pur. »
– B : « A est pire. »

- 14 – A : « Si B est pur, alors je suis pire. »
– B : « C est pire. »
– C : « A n'a pas dit la vérité. »

- 6 – A : « B est pire. »
– B : « A est pire. »
– C : « B a menti tout à l'heure. »

- 15 – A : « Si je suis pur, alors B est pur. »
– B : « Si je suis pur, alors C est pur. »
– C : « A est pire. »

- 7 – A : « Si B est pire, alors je suis pur. »
– B : « Si je suis pur, alors A est pire. »

- 16 – A : « B est pire. »
– B : « A est pire. »
– C : « B a menti. »
– A : « Exactement un parmi B et C est pire. »
– B : « C est pire. »
– C : « A a dit la vérité précédemment. »
– A : « B et moi sommes de types différents. »

- 8 – A : « Exactement un parmi B et C est pire. »
– B : « C est pire. »
– C : « A a dit la vérité. »

- 9 – A : « B est pur si et seulement si C est pire. »
– B : « A est pire. »
– C : « Si je suis pur, alors A est pur. »